

$$\frac{\partial A_i}{\partial q_i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Представим последнюю матрицу в виде произведения

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot A_i^{-1} A_i.$$

Так как

$$A_i^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -d \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

что проверяется непосредственным вычислением, то

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot A_i^{-1} A_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -d \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot A_i.$$

Тогда по типу выражения (8) для поступательного звена

$$\frac{\partial A_i}{\partial q_i} = \Omega_i A_i, \quad (38)$$

где

$$\Omega_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (39)$$

Такое представление производной  $\frac{\partial A_i}{\partial q_i}$  матрицы перехода поступатель-

ного звена позволяет использовать представленные выше формулы для уравнений Лагранжа II рода при наличии в цепи звеньев не только с вращательными, но и с поступательными парами.

**Обобщенная сила для поступательного звена.** Для обобщенной силы поступательного звена в выражении (24) вместо активного момента  $M_j$  следует принять 0, так как активные силы, действующие на звено, отсутствуют. В этом случае

$$M_j = -C_{j-1j} q_j + \sum_{i=j}^n m_i G^T u_{ij} R_i^*, \quad (40)$$

где  $C_{j-1j}$  – жесткость на линейное перемещение в сочленении  $j-1, j$ .

**Заключение.** Теперь можно скорректировать рассмотренную выше динамическую модель путем добавления поступательных звеньев. Разобьем бедро и голень протеза на два звена, связанных кинематической парой поступательного типа с добавлением упругого элемента с продольной жесткостью,

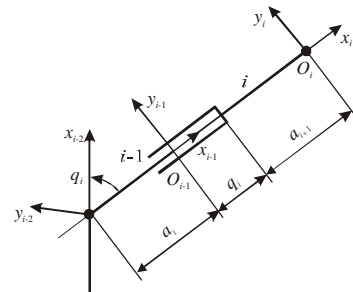


Рис. 3. Поступательное звено

ось которого направлена по оси бедра (голени). Кроме того, с целью учета компенсаторного подъема „шарнира” бедра, осуществляемого инвалидом при переносе протеза, можно ввести в схему дополнительное поступательное звено между корпусом и шарниром бедра протеза.

**Список литературы:** 1. М. Вукобратович. Шагающие роботы и антропоморфные системы. – М.: Мир. – 1976. 2. Г. В. Корнев. Введение в механику человека. – М.: Наука, 1977.

Поступила в редколлегию 02.04.2009

УДК 621.01

**О.І. ЗІНЧЕНКО**, канд. техн. наук, каф ТММіСАПР НТУ „ХПІ”

### КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМУ ВИСОКОГО КЛАСУ З ВИКОРИСТАННЯМ БІБЛІОТЕКИ ПІДПРОГРАМ АНАЛІЗУ ГРУП ДРУГОГО КЛАСУ

У статті викладено методику кінематичного аналізу механізму четвертого класу з використанням програмного забезпечення для груп другого класу, розробленого на кафедрі ТММіСАПР. Показана можливість розбиття механізму високого класу на прості групи, для яких відомі алгоритми аналізу.

In the article method of kinematical analysis of fourth class mechanism are accounted. For second class groups the computer programs are used. A possibility divide of mechanism of high class in simple groups are demonstrated.

**Вступ.** Запропоновано стратегію кінематичного дослідження механізмів четвертого класу, яка представляє собою розбиття механізму на групи та знаходження кінематичних параметрів цих груп з подальшим використанням методу ітерацій. Цей підхід до розв’язання цієї складної задачі здається простим і наглядним і дає змогу за дуже короткий час вирішити питання аналізу. У статті детально описується бібліотека підпрограм і принцип користування ними, що дає змогу будь-якому проектувальнику, зокрема студенту, скористатися ними для рішення подібної задачі.

**Актуальність.** Питання аналізу будь-яких механізмів завжди були і залишаються бути актуальними. Питання лише в тому, щоб знайти найбільш просту методику, яка при своїй простоті здатна вирішити всі необхідні питання і мати достатню точність і швидкість розв’язання. Пропонується така методика, яка базується на використанні формул для аналізу структурних груп другого класу.

**Алгоритм розв’язання задачі аналізу шляхом розбиття на групи.** Метою кінематичного дослідження є визначення положень ланок, їх швидкостей та прискорень або швидкостей та прискорень точок механізму. Досліджуваний механізм зображений на рис. 1. На рис. 1 ланки мають наступні назви: 1 – кривошип (корба) –  $OA$ , 2 – шатун –  $ADC$ , 3 – шатун –  $CB$ , 4 – шатун –  $ED$ , 5 – коромисло –  $EFB$ . Механізм складається із початкової ланки 1 і однієї структурної групи четвертого класу другого порядку. Клас механізму – чет-

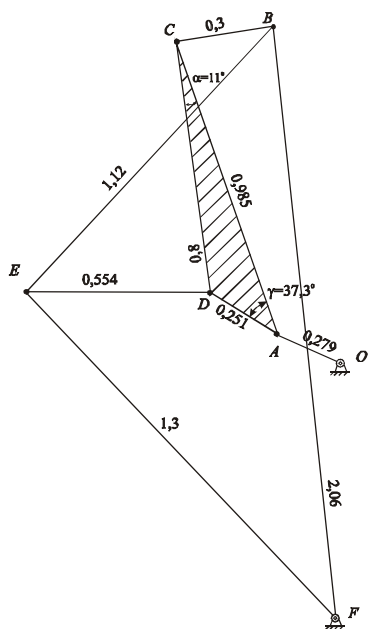


Рис.1. Механізм із структурною групою четвертого класу

та прискорення на нерухомі осі  $X$  і  $Y$ .

Друга процедура призначена для кінематичного аналізу структурної групи другого класу першого виду (рис.4):  $ASSUR21(A, C, PAR, K, B, D, E, UGOL, G)$ .

Тут  $A, C, PAR, K$  – вхідні параметри,  $B, D, E, UGOL, G$  – вихідні,  $A, B, C, D, E$  – масиви кінематичних параметрів точок  $A, B, C, D, E$ , де  $A$  і  $C$  – точки приєднання структурної групи до початкового ланцюга,  $B$  – внутрішня шарнірна точка.

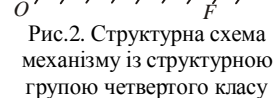


Рис.2. Структурна схема механізму із структурною групою четвертого класу

Кути відраховуються від прямих  $AB$  і  $BC$  проти годинникової стрілки. Параметри  $l_1, l_3, \alpha_1$  завжди відповідають першій ланці групи, а параметри  $l_2, l_4, \alpha_2$  – другій ланці:  $PAR = \{l_1, l_2, l_3, l_4, \alpha_1, \alpha_2\}$ .

Точка  $D$  належить ланці 1, точка  $E$  – ланці 2.  $K$  – коефіцієнт скла-

вертий по Артоблевському [1]. Група має тільки обертальні кінематичні пари. Структурна схема такого механізму зображена на рис. 2. Для проведення кінематичного аналізу використовуються дві процедури та процедура-функція.

Перша процедура призначена для кінематичного аналізу початкової ланки, яка обертається, і детально описана в [2]:  $ASSUR1(x_o, y_o, l, \phi, \omega, \epsilon, A)$ , де  $x_o, y_o$  – координати нерухомого шарніра  $O$  (рис. 3);  $l$  – довжина кривошипа  $OA$ ;  $\phi$  – кут, який складає ланка  $OA$  з віссю  $x$  в радіанах;  $\omega$  – кутова швидкість ланки  $OA$ ;  $\epsilon$  – кутове прискорення ланки  $OA$ . Всі ці параметри є вхідними. Приймаємо кутову швидкість і кутове прискорення додатними, якщо вони будуть мати напрямок проти часової стрілки. Вихідний параметр – масив кінематичних параметрів точки  $A$ , елементами якого є  $A = \{x_A, y_A, \dot{x}_A, \dot{y}_A, \ddot{x}_A, \ddot{y}_A\}$ , де  $x_A, y_A$  – координати точки  $A$  в системі координат  $XOY$ ,  $\dot{x}_A, \dot{y}_A$  – проекції її швидкості

данія (дорівнює 1 або -1). Елементами вихідного масиву  $UGOL$  є значення кута  $\phi_1$ , кутової швидкості і кутового прискорення першої ланки; значення кута  $\phi_2$ ; кутової швидкості і кутового прискорення другої ланки:  $UGOL = \{\phi_1, \dot{\phi}_1, \ddot{\phi}_1, \phi_2, \dot{\phi}_2, \ddot{\phi}_2\}$  ( $G$  – можливість складання при заданих значеннях вхідних параметрів).

Формули для розрахунків кінематичного аналізу структурних груп, які використовуються у названих вище процедурах, відомі із літератури [3, 4]. Процедура-функція  $Lde$  призначена для обчислення значення довжини ланки  $DE$  при заданих значеннях кутів повороту кривошипу і кутів повороту ланки 2 (див. рис. 1). Розглянемо детально проведення кінематичного аналізу механізму, зображеного на рис. 1.

**Крок 1.** Розділимо механізм, зображений на рис. 1 на такі групи: ланка  $OA$  (1) – початкова; ланка  $AC$  (2) – початкова; ланки  $CB$  (3) і  $EFB$  (5) – група другого класу першого виду; ланки  $CB$  (3) і  $ADC$  (2) – група другого класу першого виду; ланка  $ED$  (4) – не входить в групи, після досліджень груп 3, 5 і 3, 2 порівняємо знайдену довжину цієї ланки із заданою довжиною.

**Крок 2.** Задамо деякі лінійні і кутові розміри механізму:  $l_{OA} = 0,279$ ;  $l_{CB} = 0,3$ ;  $l_{AC} = 0,985$ ;  $l_{DE} = 0,554$ ;  $l_{AD} = 0,251$ ;  $\gamma = 37,3^\circ = 0,65 \text{ рад}$ ;  $x_F = 0$ ;  $y_F = -1,08$ ;  $l_{EF} = 1,3$ ;  $l_{BF} = 2,06$ ;  $\angle EFB = 28,1^\circ = 0,49 \text{ рад}$ .

**Крок 3.** Знаходимо кінематичні параметри точки  $A$ , задавши наступні вхідні дані (рис. 3):  $x_0 = y_0 = 0$ ;  $l = l_{OA}$ ;  $\phi = (-180^\circ * \pi) / 180^\circ$ ;  $\omega = 1$ ;  $\epsilon = 0$  (ланка здійснює рівномірне обертання). Для цього використаємо процедуру  $ASSUR1(0;0;0,279;1;0;A)$ .

**Крок 4.** Знаходимо кінематичні параметри точки  $C$ , задавши наступні вхідні дані:  $x_0 = x_A$ ;  $y_0 = y_A$ ;  $l = l_{AC}$ ;  $\phi_1$ ;  $\omega_1 = 1$ ;  $\epsilon = 0$  (рис. 5). Для цього використаємо процедуру  $ASSUR1(A[1]; A[2]; 0,985; \phi_1; 1; 0; C)$ .  $\phi_1$  знаходимо як:  $d\phi = 2\pi/n$ ;  $n = 72$ .

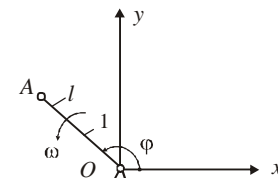


Рис. 3. Схема початкової ланки, яка обертається

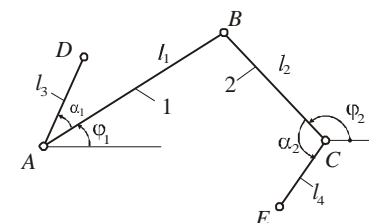


Рис. 4. Схема структурної групи другого класу

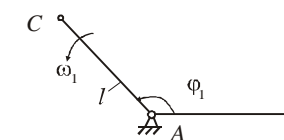


Рис. 5. Схема ланки 2 як початкової ланки

Крок 5. Задамо наступні коефіцієнти складання:  $K1=1$  (для групи 3, 5),  $K2=1$  (для групи 3, 2). Коефіцієнт складання дорівнює „1”, якщо обхід точок групи проходить за стрілкою годинника, і „-1” – якщо проти стрілки (див. рис. 1).

Крок 6. Задамо наступні значення масивів  $PAR = \{l_1, l_2, l_3, l_4, \alpha_1, \alpha_2\}$  для групи 3, 5 (рис. 6):  $PAR1[1] = l_{CB}$ ;  $PAR1[2] = l_{BF}$ ;  $PAR1[3] = 0$ ;  $PAR1[4] = l_{EF}$ ;  $PAR1[5] = 0$ ;  $PAR1[6] = \angle EFB = 0,49 \text{ рад}$ . Використаємо процедуру  $PAR1 = \{0,3;2,06;0,1;3;0,49\}$ .

Крок 7. Задамо наступні значення масивів  $PAR = \{l_1, l_2, l_3, l_4, \alpha_1, \alpha_2\}$  для групи 2, 3 (рис. 7):  $PAR2[1] = l_{AC}$ ;  $PAR2[2] = l_{CB}$ ;  $PAR2[3] = l_{AD}$ ;  $PAR2[4] = 0$ ;  $PAR2[5] = \angle CAD = 37,3^\circ = 0,65 \text{ рад}$ ;  $PAR2[6] = 0$ . Використаємо процедуру  $PAR2 = \{0,985;0,3;0,251;0,65;0\}$ .

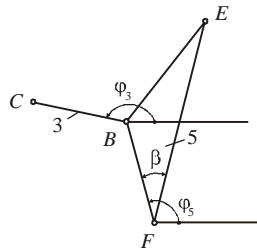


Рис.6. Схема групи 3-5

Крок 8. Знайдемо значення кінематичних параметрів шарнірів B та E і масиву  $UGOL1 = \{\varphi_3, \varphi_5, \varphi_5, \varphi_5, \varphi_5, \varphi_5\}$  для групи 3, 5 (див. рис. 6), використавши процедуру:  $ASSUR21(C, F, PAR1, K1, B, PUS, E, UGOL1, G)$ , де  $PUS$  – пустий масив.

Крок 9. Знайдемо значення кінематичних параметрів шарнірів C та D і масиву  $UGOL2 = \{\varphi_2, \varphi_2, \varphi_2, \varphi_2, \varphi_2, \varphi_2\}$  для групи 2, 3 (див. рис. 7), використавши процедуру:  $ASSUR21(A, B, PAR2, K2, C, D, PUS, UGOL2, G)$ .

Крок 10. Обчислюємо значення довжини ланки DE, використовуючи процедуру-функцію  $Lde$  методом ітерацій і порівнюємо її із заданою довжиною  $l_{DE} = 0,554$ .

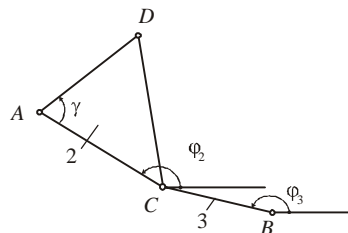


Рис.7. Схема групи 3-2

**Висновки.** Запропонована стратегія розрахунку кінематики складного механізму з групою четвертого класу, яка базується на можливості розбиття такого механізму на прості групи, для яких відомі алгоритми аналізу.

**Список літератури:** 1. Артоблевский И.И. Теория механизмов. – М.: Наука. – 1965. – 776 с. 2. Новгородцев В.А., Зеленский В.Б., Даниленко Л.С. Методические указания по применению ЭВМ при выполнении курсовой работы по теории механизмов и машин. – Харьков: ХПИ. – 1993. – 46 с. 3. Заблонский К.И., Белоконов И.М., Шекин Б.М. Теория механизмов и машин. – К.: Выща шк. – 1989. – 375 с. 4. Грунауэр А.А., Долгих И.Д. Теория механизмов и машин. – Киев: УМК ВО. – 1992. – 384 с.

Поступила в редколлегию 03.04.09

УДК 621.833.6

**С.Н. КАВЕЦКИЙ**, асп. каф. „ТММиСАПР” НТУ „ХПИ”,  
**Т.В. ГЕРЕШ**, асс. каф. „Теоретической механики и машиноведения”, Харьковский аэрокосмический университет им. Жуковского „ХАИ”

## СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА $2A - \overline{AA}$ С УЧЕТОМ УГЛОВ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ДЛЯ РАДИАЛЬНОГО ДАЛЬНЕГО РАСПОЛОЖЕНИЯ САТЕЛЛИТОВ

У статті показана можливість синтезу планетарних механізмів з двозв'язаними колесами на прикладі планетарного механізму  $2A - \overline{AA}$ . Одержані генеральні рівняння для визначення чисел зубців зубчастих коліс планетарного механізму  $2A - \overline{AA}$ . Визначені умови для вибору параметрів синтезу та нерівності, які визначають границі допустимих передаточних відношень.

*In the paper the possibility of synthesis of planetary mechanisms with doubly connected wheels is shown on the example of  $2A - \overline{AA}$  planetary mechanism. General equations are got for determination of numbers of teeth of gear-wheels of planetary mechanism. The conditions for the choice of parameters of synthesis and inequality, which determine scopes of possible reduction ratios, are determined.*

**Введение.** Рассмотрение вопроса синтеза планетарных механизмов с разными углами зацепления пар зубчатых колес, входящих в его состав, достаточно интересен, так как такие механизмы могут реализовать большие передаточные отношения при прочих равных условиях. Также следует заметить, что при их изготовлении возникают вопросы с выбором коэффициентов смещения режущего инструмента для обеспечения приемлемых параметров с точки зрения геометрии зацепления пар колес, входящих в их состав.

**Основная часть.** Как известно, для работоспособности планетарного механизма необходимо выполнение следующих условий: соосности, сборки, передаточного отношения и соседства. Так, для схемы  $2A - \overline{AA}$  (рис. 1), условия передаточного отношения и сборки имеют вид [1]:

$$\begin{cases} \frac{Z_1 + Z_4}{k} = N, & \text{условие сборки;} \\ i_{1H}^4 = 1 + \frac{Z_4}{Z_1}, & \text{условие передаточного отношения.} \end{cases} \quad (1)$$

Определим условие соосности в общем виде с учетом углов зацепления в первой и второй ступенях для дальнего ради-

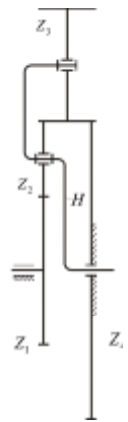


Рис. 1

ального расположения сателлитов:  $a_{12} + a_{23} = a_{43}$ . Используя формулу для определения межосевого расстояния, получим:

$$m \frac{Z_1 + Z_2}{2} \cdot \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_{w_{12}}} + m \frac{Z_2 + Z_3}{2} \cdot \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_{w_{23}}} = m \frac{Z_4 + Z_3}{2} \cdot \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_{w_{34}}}. \text{ Следовательно, условие соосности можно представить в виде:}$$

$$Z_1 + Z_2 + (Z_2 + Z_3)t_1 = (Z_4 + Z_3)t_2, \quad (2)$$

$$\text{где } t_1 = \frac{\cos \alpha_{w_{12}}}{\cos \alpha_{w_{23}}} \text{ и } t_2 = \frac{\cos \alpha_{w_{12}}}{\cos \alpha_{w_{34}}}.$$

Используя выражения (1), получают уравнения для определения чисел зубьев колес  $Z_1$  и  $Z_4$ :

$$Z_1 = k \frac{N}{i_{1H}^4}, \quad Z_4 = Z_1(i_{1H}^4 - 1). \quad (3)$$

Числа зубьев зубчатых колес  $Z_2$  и  $Z_3$  связаны между собой параметром  $y$  [1]:

$$Z_3 = yZ_2. \quad (4)$$

Получим уравнение для определения чисел зубьев зубчатого колеса  $Z_2$ . Используя условие соосности (2), подставив ранее определенные  $Z_3$  и  $Z_4$ , получим  $Z_1 + Z_2(1+t_1) + yt_1Z_2 = Z_1t_2(i_{1H}^4 - 1) + yt_2Z_2$ . Выражая  $Z_2$ , получим:

$$Z_2 = \frac{t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1}{1 + t_1(1+y) - yt_2} Z_1. \quad (5)$$

Параметры  $t_1$  и  $t_2$  можно принимать в пределах  $[0,8...1,2]$ , в этом случае угол зацепления зубчатой пары первой ступени будет изменяться в пределах  $[20^\circ...44^\circ]$  и для второй ступени в пределах  $[40^\circ...20^\circ]$  [2].

Получим неравенства, определяющие область существования планетарного механизма  $2A - \overline{AA}$ . Из уравнений (5) и (3) можно сделать вывод, что генеральные уравнения имеют смысл, если выполнены условия:

$$\left\{ i_{1H}^4 - 1 > 0; \frac{t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1}{1 + t_1(1+y) - yt_2} > 0, \right. \quad (6)$$

откуда получим

$$i_{1H}^4 > (1+t_2)/t_2. \quad (7)$$

Определим верхний предел по передаточному отношению. Рассмотрим условие соседства для механизма  $2A - \overline{AA}$ :

$$\begin{cases} (Z_1 + Z_2) \sin(\pi/k) \geq Z_2 + 2; \\ (Z_4 + Z_3) \sin(\pi/k) \geq Z_3 + 2. \end{cases} \quad (8)$$

Рассмотрим первое уравнение системы (8). Подставляя генеральные уравнения для числа зубьев  $Z_2$ , получим:

$$\left( Z_1 + \frac{t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1}{1 + t_1(1+y) - yt_2} Z_1 \right) \cdot \sin(\pi/k) \geq \frac{t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1}{1 + t_1(1+y) - yt_2} \cdot Z_1 + 2.$$

Разделив обе части на  $Z_1$ , получим:

$$\frac{t_1(1+y) - yt_2 + t_2(i_{1H}^4 - 1)}{1 + t_1 + y(t_1 - t_2)} \cdot \sin(\pi/k) \geq \frac{t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1}{1 + t_1 + y(t_1 - t_2)} + \frac{2}{Z_1}.$$

При синтезе планетарного механизма  $2A - \overline{AA}$  рекомендуется выбирать число зубьев  $Z_1 \geq 18$ , следовательно, соблюдается отношение  $\frac{2}{Z_1} \leq \frac{1}{9}$ . При этом максимальное значение достигается для  $Z_1 = 18$ , а в случае других значений — значительно меньше. На практике при синтезе планетарных механизмов выбор передаточного отношения на границе пределов его изменения нежелателен, поэтому для оценки пределов передаточного отношения слагаемым  $\frac{2}{Z_1}$  можно пренебречь. Следовательно, неравенство примет вид:

$$\frac{t_1(1+y) - yt_2 + t_2(i_{1H}^4 - 1)}{1 + t_1 + y(t_1 - t_2)} \cdot \sin \frac{\pi}{k} > \frac{t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1}{1 + t_1 + y(t_1 - t_2)}.$$

Учитывая, что  $1 + t_1 + y(t_1 - t_2) > 0$ , получим:

$$(t_1(1+y) - yt_2 + t_2(i_{1H}^4 - 1)) \cdot \sin(\pi/4) > t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1.$$

Передаточное отношение  $i_{1H}^4$  определяем из неравенства:

$$i_{1H}^4 < \frac{t_2 + 1 + (t_1 - t_2)(1+y) \sin(\pi/4)}{1 - t_2 \sin(\pi/4)}. \quad (9)$$

Передаточное отношение  $i_{1H}^4$  должно быть больше нуля, следовательно,  $1 - t_2 \sin(\pi/4) > 0$ . Таким образом, для параметра  $t_2$  получим условие:

$$t_2 < \frac{1}{\sin(\pi/4)}.$$

Используя полученное неравенство, запишем условие выбора параметра  $t_2$  для синтеза. С учетом пределов возможного изменения  $t_2$  при синтезе планетарных механизмов со связанными колесами следует [2]:

$$\begin{cases} 0,8 < t_2 < \frac{1}{\sin(\pi/4)}; \\ 0,8 < t_2 < 1,2. \end{cases} \quad (10)$$

Например, для трех сателлитов условие (10) примет вид:

$$0,8 < t_2 < \frac{1}{\sin(\pi/3)} \approx 1,15.$$

Для числа сателлитов больше трех параметр  $t_2$  может изменяться в пределах  $0,8 < t_2 < 1,2$ , так как  $\frac{1}{\sin(\pi/4)} > 1,2$ . Рассмотрим второе уравнение системы (8):  $(Z_4 + Z_3)\sin(\pi/4) \geq Z_3 + 2$ . Подставляя выражения для чисел зубьев  $Z_4$  и  $Z_3$  (3)-(5), получим:

$$\left( Z_1(i_{1H}^4 - 1) + \frac{yt_2(i_{1H}^4 - 1) - y}{1 + t_1(1 + y) - yt_2} Z_1 \right) \sin \frac{\pi}{k} \geq \frac{yt_2(i_{1H}^4 - 1) - y}{1 + t_1(1 + y) - yt_2} Z_1 + 2.$$

Используя аналогичные предположения, что и для первого уравнения, получим:  $((i_{1H}^4 - 1)(1 + t_1(1 + y) - yt_2) + yt_2(i_{1H}^4 - 1) - y) \sin \frac{\pi}{k} > yt_2(i_{1H}^4 - 1) - y$  или  $(i_{1H}^4(1 + t_1 + y) - y) \sin(\pi/4) > yt_2 i_{1H}^4 - yt_2 - y$ .

Выражая передаточное отношение  $i_{1H}^4$ , получим:

$$i_{1H}^4 > \frac{y \sin(\pi/4) - y(t_2 + 1)}{(1 + t_1 + y) \sin(\pi/4) - yt_2}. \quad (11)$$

Рассматривая полученное выражение (11) совместно с условием (7), получим:

$$\begin{cases} i_{1H}^4 > \frac{y \sin(\pi/4) - y(t_2 + 1)}{(1 + t_1 + y) \sin(\pi/4) - yt_2}; \\ i_{1H}^4 > \frac{1 + t_2}{t_2}. \end{cases} \quad (12)$$

#### Общие выводы

1. Показана возможность синтеза планетарных механизмов с учетом корректировки углов зацепления не только с односвязными колесами [3], но и для механизмов с двусвязными колесами на примере механизма  $2A - \overline{AA}$ .

2. Получены генеральные уравнения для синтеза планетарного механизма  $2A - \overline{AA}$  с учетом корректировки углов зацепления для пар связанных и несвязанных зубчатых колес на этапе синтеза механизма.

3. Получены условия для определения пределов возможных передаточных отношений проектируемого механизма для каждого сочетания параметров  $t_1$  и  $t_2$ .

4. Синтез планетарного механизма  $2A - \overline{AA}$ , проведенный с использованием генеральных уравнений (3), (4) и (5), дает возможность получить дополнительные комбинации чисел зубьев, которые нельзя получить с помощью генеральных уравнений, приведенных в [1].

**Список литературы:** 1. Ткаченко В.А. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование). – Харьков: Издательский центр ХАИ. – 2003. – 446 с. 2. Кавецкий С.Н., Гереш Т.В. Зависимость углов зацепления зубчатых пар планетарных механизмов со связанными и несвязанными колесами. // Вестник НТУ „ХПИ“. Тем. вып.: Машиностроение и САПР. – № 2. – 2008. – С.115-120. 3. Кавецкий С.Н., Гереш Т.В. Синтез планетарных механизмов  $AA$  и  $II$  со связанными и не свя-

занными колесами с учетом углов зацепления. // Вестник НТУ „ХПИ“. Тем. вып.: Машиностроение и САПР. – № 9. – 2008. – С.98-103.

Поступила в редколлегию 19.03.2009

УДК 519.8

**Вісс. Гр. КЛИМЕНКО**, канд. фіз.-мат. наук, НТУ “ХПІ”

**2.**

**3. БУЛЬОВІ АЛГЕБРИ НА БАЗІ НЕПЕРЕРВНИХ І**

**4. НЕПЕРЕРВНО-ДИФЕРЕНЦІЙОВНИХ ФУНКЦІЙ**

В даній роботі на множинах неперервних і неперервно-диференційовних функцій встановлюється відношення еквівалентності, яке розбиває ці множини на класи еквівалентності  $H_0, H_m$ . В доповнення до алгебро-логічних побудов, започаткованих раніше, показано, як на множинах класів еквівалентності  $H_0, H_m$  можна побудувати бульові алгебри, ізоморфні бульовій алгебрі множин простору  $R^n$ .

In this work the relation of equivalence is determined on sets of continuous and continuously differentiable functions, which breaks up these sets on the classes of equivalence  $H_0, H_m$ . In addition to algebro-logical constructions, founded before, it is shown, how on the sets of classes of equivalence of  $H_0, H_m$  can be built Boolean algebra isomorphic Boolean algebra of sets of  $R^n$  space.

Нехай  $f(M) \in C(R^n)$ , де  $C(R^n)$  – множина всіх неперервних на  $R^n$  функцій. Означимо для неї супровідну їй характеристику – характеристичну функцію таким чином:

$$X(f(M)) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2}(1 + \text{Signum}(f(M))) = \begin{cases} 1, & f(M) \geq 0, \\ 0, & f(M) < 0 \end{cases}; \quad R^n \rightarrow \{0, 1\},$$

або ж і так:

$$X(f(M)) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 1, & M \in L(f(M), 0) \\ 0, & M \in \overline{L(f(M), 0)} \end{cases}; \quad R^n \rightarrow \{0, 1\},$$

де  $L(f(M), 0) = \{M \in R^n \mid f(M) \geq 0\}$ .

Неважко збагнути, що  $X(f(M))$  є двійкова змінна величина, яка є суперпозицією функції Хевісайда і функції  $f(M)$ . Заради простоти цю функцію будемо також позначати і таким символом –  $X_f(M)$ .

Очевидно, що  $X_f(M)$  є характеристична функція лебегової множини  $L(f(M), 0)$ . Визначимось також із характеристикою для протилежної функції до  $f(M)$ :

$$X(-f(M)) = \frac{1}{2}(1 - \text{Signum}(f(M))) = \begin{cases} 0, & f(M) \geq 0, \\ 1, & f(M) < 0 \end{cases} \Rightarrow X(-f(M)) = \overline{X_f(M)}.$$